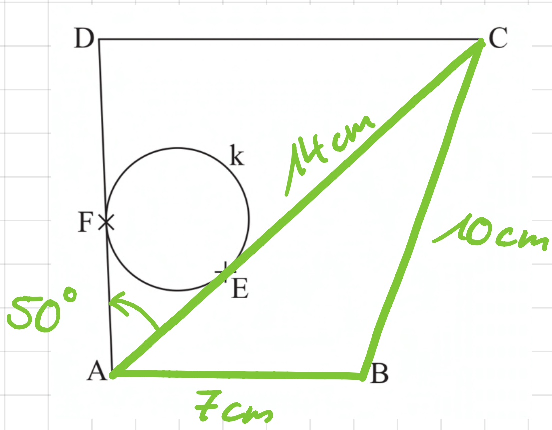
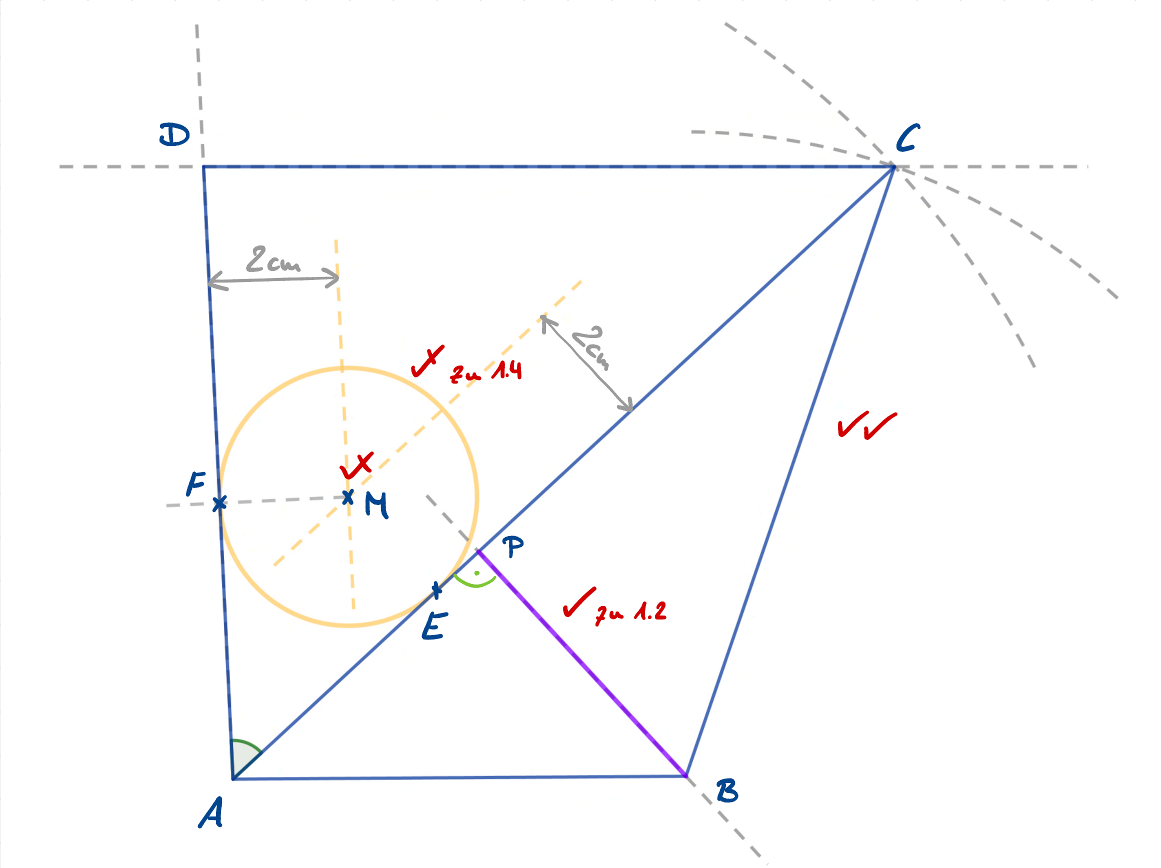
AP MII 2019 HT - B1 - Lösungsmuster

1.1 Skizze:





Hinweise zur Konstruktion

① Strecke [AB] mit Länge 7cm

② Kreis um A mit Radius 14 cm, Kreis um B mit Radius 10cm
→ Punkt C

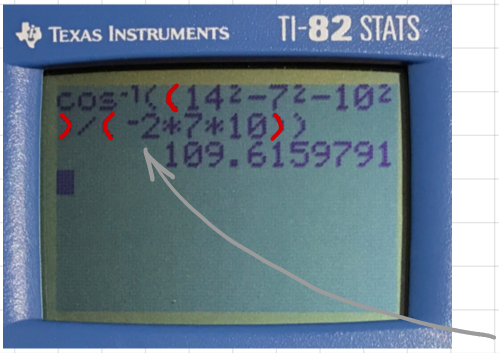
③ Winkel CAD bei Punkt A antragen

④ Parallele zu [AB] durch Punkt C → Punkt D

Betrachte ΔABC:

MZR: $14^2 = 7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \cos\beta$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{14^2 - 7^2 - 10^2}{-2 \cdot 7 \cdot 10}\right) = \underline{\underline{109{,}62^\circ}}$$



Bei Verwendung des Taschenrechners TI-82 STATS bitte bedenken:

sowohl um den Zählerterm wie auch um den Nennerterm muss eine Klammer gesetzt werden (**rot**);

beim -2 das *Vorzeichen-Minus* verwenden

Betrachte ΔABC:

$$\frac{\sin\varepsilon}{10\,cm} = \frac{\sin 109{,}62^\circ}{14\,cm}$$

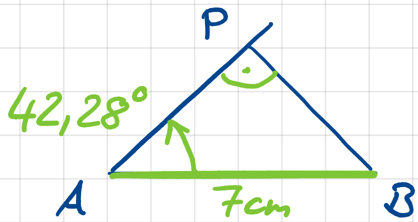
Da der gegebene Winkel ($109{,}62^\circ$) der größeren Seite ($14\,cm$) gegenüberliegt, ist der Sinus-Satz eindeutig.

$$\varepsilon = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 109{,}62^\circ \cdot 10\,cm}{14\,cm}\right) = \underline{\underline{42{,}28^\circ}}$$

1.2 kürzeste Verbindung = Lot von B auf die Strecke [AC]

Einzeichnen der Strecke [BP]

Betrachte ΔABP (rechtwinklig bei P):



- $\sin 42{,}28^\circ = \frac{\overline{PB}}{7\,cm}$ $\quad \overline{PB} = 7\,cm \cdot \sin 42{,}28^\circ = 4{,}71\,cm$

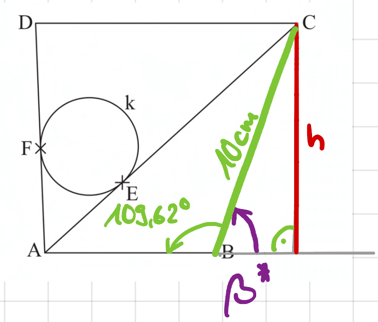
- $\cos 42{,}28^\circ = \frac{\overline{PB}}{7\,cm}$ $\quad \overline{PB} = 7\,cm \cdot \cos 42{,}28^\circ = 5{,}18\,cm$

- $u = 7\,cm + 4{,}71\,cm + 5{,}18\,cm = \underline{\underline{16{,}89\,cm}}$

1.3 Für den Flächeninhalt eines Trapezes gilt:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot h$$

- Berechnung von h:

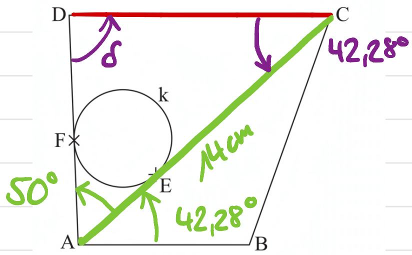


$$\beta^* = 180° - 109{,}62° = 70{,}38°$$

$$\sin 70{,}38° = \frac{h}{10\,cm} \quad | \cdot 10\,cm$$

$$h = 10\,cm \cdot \sin 70{,}38° = \underline{9{,}42\,cm}$$

- Berechnung von $\overline{CD}$: $\triangle ACD$



$$\delta = 180° - 50° - 42{,}28° = 87{,}72°$$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin 50°} = \frac{14\,cm}{\sin 87{,}72°} \quad | \cdot \sin 50°$$

$$\overline{CD} = \underline{10{,}73\,cm}$$

- $$A = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot h = \frac{7\,cm + 10{,}73\,cm}{2} \cdot 9{,}42\,cm$$

$$= \underline{83{,}51\,cm^2}$$

Alternativ ist es auch möglich, den Flächeninhalt über die zwei Dreiecke ABC und ACD zu berechnen:

$$A = \left(\tfrac{1}{2} \cdot 7 \cdot 14 \cdot \sin 42{,}28° + \tfrac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10{,}73 \cdot \sin 42{,}28°\right) cm^2$$

1.4 Einzeichnen des Kreises und des Mittelpunktes M

① zwei Parallele im Abstand 2 cm (= Radius) zu den Strecken [AC] und [AD] → Punkt M

② Lot von M auf eine der Seiten [AC] oder [AD] → Radius

$$A_{Kreis} = (2\,cm)^2 \cdot \pi = 12{,}57\ cm^2$$

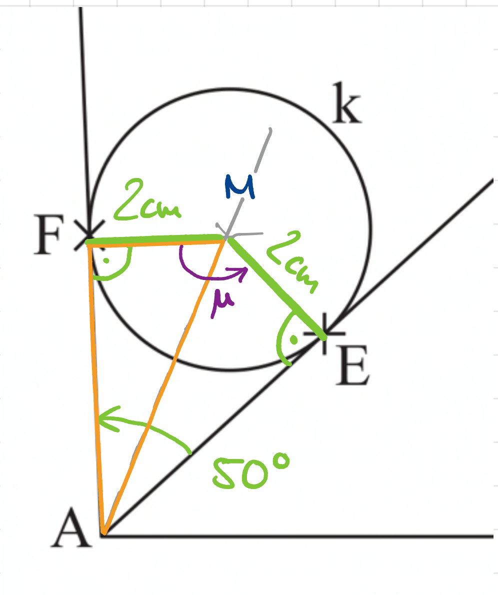
$A_{Trapez} = 83{,}51\ cm^2 \mathrel{\hat{=}} 100\,\%$

$A_{Kreis} = 12{,}57\,cm^2 \mathrel{\hat{=}} x$

$$x = \frac{12{,}57}{83{,}51} \cdot 100\,\% = \underline{\underline{15{,}05\,\%}}$$

Der Anteil des Kreises am Flächeninhalt des Trapezes beträgt 15,05 %.

1.5



Idee:

- Fläche des Dreiecks AMF berechnen, x2
- Fläche des Sektors MFE subtrahieren

- Dreieck AMF

$$\tan 25° = \frac{2\,cm}{\overline{AF}}\,; \quad \overline{AF} = \frac{2\,cm}{\tan 25°} = 4{,}29\,cm$$

- $A = \frac{1}{2} \cdot 4{,}29 \cdot 2\ cm^2 = 4{,}29\ cm^2$

- $\mu = 360° - 2 \cdot 90° - 50° = 130°$ ✓

  $A_{Sektor} = \frac{130°}{360°} \cdot (2cm)^2 \pi = 4{,}54\ cm^2$ ✓

- $A = 2 \cdot A_{\Delta} - A_{Sektor}$

  $= 2 \cdot 4{,}29\ cm^2 - 4{,}54\ cm^2 = \underline{\underline{4{,}04\ cm^2}}$ ✓